/1

සංඛ්‍යානය

මාතය

** දත්ත කුලකයක බහුලවම යෙදී ඇති අගය මාතයයි.

මධ්‍යස්ථය (දෙවන චතුර්ථකය)

** ආරෝහණ පිළිවෙළට සකස් කරනු ලැබූ දත්ත කුලකයක මධ්‍ය අගය හෝ මධ්‍ය අගයන් 2 ක් යෙදෙන විට එවායේ සමාන්තර මධ්‍යන්‍යයේ මධ්‍යස්ථය වේ.

සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය

අමු දත්ත සඳහා සමාන්තර මධ්‍යන්‍ය සූත්‍ර ඇති වීම.

** $x_1, x_2, \ldots x_n$ අගයන් ගත්තා දත්ත කුලකයක සරල සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය $\bar{x}$ යන්නෙන් සංකේතවත් කල විට,

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

හෝ

$$\bar{x} = \frac{\sum_{s=1}^{n} x_s}{n}$$

(පළමු චතුර්ථකය මධ්‍යස්ථය සොයන ආකාරයටම සොයන අතර $N/2$ නොව $N/4$ ලෙස ගනී.)

Scanned with CamScanner

සමූහිත දත්ත සඳහා මධ්‍යන්‍යය - සූත්‍ර දැක්වීම

** $x_1, x_2, \ldots x_n$ අගයන් පන්ති මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයක අනුරූප සංඛ්‍යාතයන් $f_1, f_2, \ldots f_n$ ලෙස දී ඇති විට එම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය $\bar{x}$ නම්,

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{n} f_j x_j}{\sum_{j=1}^{n} f_j}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{n} f_j x_j}{\sum_{j=1}^{n} f_j}$$

$d_j = x_j - A$ ආදේශනය කරමු.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{n} f_j (d_j + A)}{\sum_{j=1}^{n} f_j} = \frac{\sum_{j=1}^{n} f_j d_j}{\sum_{j=1}^{n} f_j} + \frac{\sum_{j=1}^{n} f_j A}{\sum_{j=1}^{n} f_j}$$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum_{j=1}^{n} f_j d_j}{\sum_{j=1}^{n} f_j}$$

$u_j = \frac{x_j - A}{c} = \frac{d_j}{c}$ ආදේශනය කරමු.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{n} f_j (cu_j + A)}{\sum_{j=1}^{n} f_j}$$

$$\bar{x} = A + c\frac{\sum_{j=1}^{n} f_j u_j}{\sum_{j=1}^{n} f_j}$$

Scanned with CamScanner

සංයුක්තයක මධ්‍යන්‍යය

$x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ විචල්‍යයන්ගේ මධ්‍යන්‍යය $\bar{x}$ ද,
$y_1, y_2, \ldots\ldots, y_m$ විචල්‍යයන්ගේ මධ්‍යන්‍යය $\bar{y}$ ද, යැයි ගනිමු.
එම දත්ත එක් කිරීමෙන් ලැබෙන සංයුක්තයේ මධ්‍යන්‍යය $\bar{z}$ නම්,

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{m} y_i}{m}$$

$$\bar{z} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n + y_1 + y_2 + \ldots + y_m}{n+m}$$

$$\bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{m} y_i}{n+m}$$

$$\boxed{\bar{z} = \frac{\bar{x}n + \bar{y}m}{n+m}}$$

$\bar{x} = \bar{y}$ වූ විට,

$\bar{z} = \bar{x} = \bar{y}$ වේ.

මධ්‍යන්‍ය අපගමනය

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} \bar{x}$$

$$= n\bar{x} - n\bar{x}$$

$$= 0$$

මෙය මතක තබා ගන්න.

* මෙලෙස ගැනීමේදී සමහර විටම (+) වද තවත් සමහර විටම (−) වද ලැබෙන බැවින් ලකුණ වීම වැලැක්වීමට (+) හෝ (−) ලැබීම වැළැක්විය යුතුවේ. ඒ සඳහා | | ගැනීම හෝ ( )² කිරීම කළ හැක.

සුළු දත්ත වලදී,

$$\text{මධ්‍යන්‍ය අපගමනය} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n}$$

සමූහිත දත්ත වලදී,

$$\text{මධ්‍යන්‍ය අපගමනය} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

$|\ \ |$ → මධ්‍යන්‍ය අපගමනය

$\sqrt{(\ \ )^2}$ → සම්මත අපගමනය

විචලතාව හා සම්මත අපගමනය

$x_1, x_2, x_3 \ldots x_n$ දත්ත සමූහයේ විචලතාව s^2 ලෙස සංකේත කල විට,

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$$ ලෙස අර්ථ දැක්වේ.

එහි (+) වර්ගමූලය වන,

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}}$$ සම්මත අපගමනය ලෙස අර්ථ දැක්වේ.

විචලතාවය s^2 වේ.

සම්මත අපගමනය s වේ.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)}{n}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n} - 2\bar{x}\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n} + \frac{\sum_{i=1}^{n}\bar{x}^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n} - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$\boxed{s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

Scanned with CamScanner

සමූහිත දත්ත සඳහා,

$$S^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} f_j (x_j - \bar{x})^2}{\sum_{j=1}^{n} f_j}$$

$$S^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} f_j x_j^2}{\sum_{j=1}^{n} f_j} - \bar{x}^2$$

$d_j = x_j - A$ ආදේශයෙන් පෙන්වූ විට.

$$S^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} f_j (d_j + A)^2}{\sum_{j=1}^{n} f_j} - \left[\frac{\sum_{j=1}^{n} f_j (d_j + A)}{\sum_{j=1}^{n} f_j}\right]^2$$

$$S^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} f_j d_j^2}{\sum_{j=1}^{n} f_j} + 2A \frac{\sum_{j=1}^{n} f_j d_j}{\sum_{j=1}^{n} f_j} + A^2 - \left[\frac{\sum_{j=1}^{n} f_j d_j}{\sum_{j=1}^{n} f_j}\right]^2 - 2A \frac{\sum_{j=1}^{n} d_j f_j}{\sum_{j=1}^{n} f_j} + A^2$$

$$S^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} f_j d_j^2}{\sum_{j=1}^{n} f_j} - \left(\frac{\sum_{j=1}^{n} f_j d_j}{\sum_{j=1}^{n} f_j}\right)^2$$

$$S^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} f_j d_j^2}{\sum_{j=1}^{n} f_j} - \bar{d}^2$$

$u_j = \frac{x_j - A}{c} = \frac{d_j}{c}$ ගෙනදුම්.

$$S^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} f_j d_j^2}{\sum_{j=1}^{n} f_j} - \left(\frac{\sum_{j=1}^{n} f_j d_j}{\sum_{j=1}^{n} f_j}\right)^2$$

Scanned with CamScanner

$$S^2 = \frac{c^2}{c^2}\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i\left(\frac{d_i}{c}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} f_i} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i\left(\frac{d_i}{c}\right)}{\sum_{i=1}^{n} f_i}\right)^2\right]$$

$$\boxed{S^2 = c^2\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i u_i^2}{\sum_{i=1}^{n} f_i} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i u_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}\right)^2\right]}$$

* දත්ත ව්‍යාප්තියක සෑම දත්තයක්ම නියත ප්‍රමාණයකින් ගුණ කළ විට හෝ බෙදූ විට ලැබෙන නව ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමනය $S_y = |c|S_x$ වේ.

සංයුක්තයක විචලතාව

$x_1, x_2 \ldots x_n$ ව්‍යාප්තියේ විචලතාවය S_x ද
$y_1, y_2 \ldots y_m$ ව්‍යාප්තියේ විචලතාවය S_y ද

එවිට, $S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$ $\qquad S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m}(y_i-\bar{y})^2}{m}$

① — $S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \bar{x}^2$ $\qquad$ ② — $S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m} y_i^2}{m} - \bar{y}^2$

සංයුක්තයේ විචලතාව S_z^2 ද, සංයුක්තයේ මධ්‍යන්‍යය $\bar{z}$ ද නම්,

$$\boxed{S_z^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + \sum_{i=1}^{m} y_i^2}{n+m} - \bar{z}^2}$$

මෙහි $\bar{x} = \bar{y}$ වූ විට, $\bar{z} = \bar{x} = \bar{y}$ වේ. (ඉහත සටහනේ බලන)

①න්, $n(S_x^2 + \bar{x}^2) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$

②න්, $m(S_y^2 + \bar{x}^2) = \sum_{i=1}^{m} y_i^2$

Scanned with CamScanner

$$S_z^2 = \frac{n(S_x^2+\bar{x}^2)+m(S_y^2+\bar{x}^2)}{n+m} - \bar{x}^2$$

$$S_z^2 = \frac{nS_x^2 + mS_y^2}{n+m}$$

← මෙය යෙදිය හැක්කේ $\bar{x} = \bar{y}$ වූ විට පමණි.

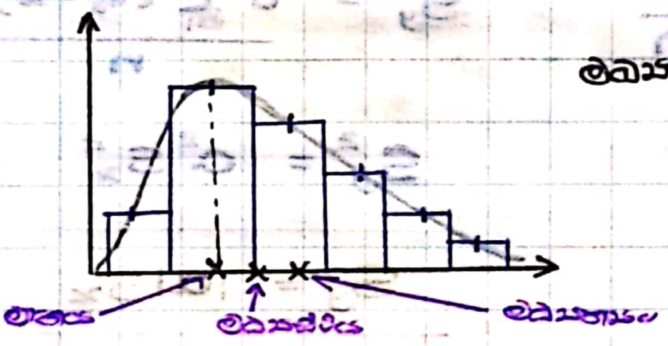
$$\text{විචලතා සංගුණකය} = \frac{\text{සම්මත අපගමනය}}{\text{මධ්‍යන්‍යය}} \times 100\%$$

සමමිත ව්‍යාප්ති $[S_k = 0]$

මාතය = මධ්‍යස්ථය = මධ්‍යන්‍යය

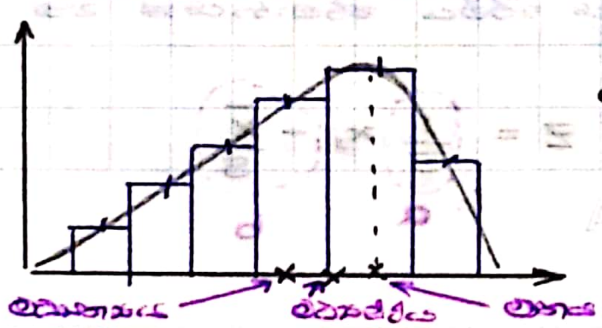
ධන කුටික ව්‍යාප්ති $[S_k > 0]$

මධ්‍යන්‍යය > මධ්‍යස්ථය > මාතය



සෘණ කුටික ව්‍යාප්ති $[S_k < 0]$

මාතය > මධ්‍යස්ථය > මධ්‍යන්‍යය



* මේ ආකාරයට දත්ත ව්‍යාප්තියක හැඩය තීරණය කිරීම සඳහා කුටිකතා සංගුණකය භාවිතා කරනු ලැබේ.

Scanned with CamScanner

සෑම දත්ත ව්‍යාප්තියකම $\bar{x}$, M_d, M_o යන දත්ත අතර පවතින ආසන්න සම්බන්ධතාවයක් පහත පරිදි දැක්ක.

$$\bar{x} - M_o = 3(\bar{x} - M_d)$$

කුටිකතාව (Sk) මැනීමට භාවිතා කරන සූත්‍ර කිහිපයකි.

$$Sk_1 = \frac{\text{මධ්‍යන්‍යය} - \text{මාතය}}{\text{සම්මත අපගමනය}}$$

$$Sk_2 = \frac{3(\text{මධ්‍යන්‍යය} - \text{මධ්‍යස්ථය})}{\text{සම්මත අපගමනය}}$$

රේඛීය පරිණාමනය

$$y_j = ax_j + b$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{j=1}^{n} y_j}{n}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{j=1}^{n} (ax_j + b)}{n}$$

$$\bar{y} = a\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n} + \frac{\sum_{j=1}^{n} b}{n}$$

$$\bar{y} = a\bar{x} + b$$

$$S_y^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} (x_j - \bar{x})^2}{n}$$

$$S_y^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} [(ax_j - b) - (a\bar{x} - b)]^2}{n}$$

$$S_y^2 = \frac{a^2 \sum_{j=1}^{n} (x_j - \bar{x})^2}{n}$$

$$S_y^2 = a^2 S_x^2$$

$$S_y = |a| S_x$$

උසස් පෙළ ප්‍රශ්නවල බහුල ලෙස දෙන Z අගය රේඛීය පරිණාමනයක්ම වන අතර එය රේඛීය පරිණාමනයක් වන අයුරු පහත දැක්වේ.

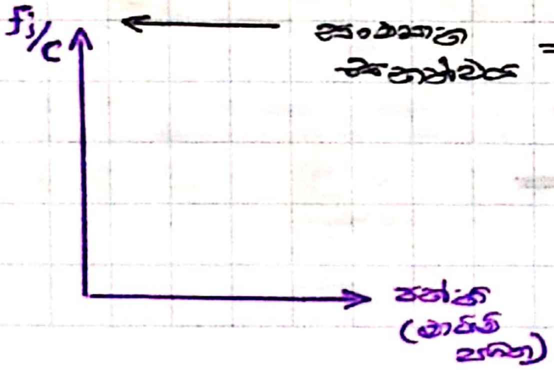
$$Z = \frac{x_i - \bar{x}}{S}$$

$$Z = \frac{1}{S} x_j - \frac{\bar{x}}{S}$$

($\frac{1}{S}$ → a, $-\frac{\bar{x}}{S}$ → b)

	යහපත් ලක්ෂණ	දුර්වලතා
1) මාතය	• කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතාව නිමානය කිරීමේ පහසුම ක්‍රමයකි.	• මාත අද්විතීය නොවීම. • මාතය ඇතැම් විට නොපැවතීම • ව්‍යාප්තියක දත්ත කිහිපයක් වෙනස් වූ විට මාතය වෙනස් වීමට හෝ නොවීමට හැකි වීම. • ව්‍යාප්තියට නොගැලපෙන අගයක් වුවද මාතය සඳහා ලැබිය හැකිය.
2) මධ්‍යස්ථය	• ව්‍යාප්තිය නොගැලපෙන (අන්ත්‍ය අගයන්) අගයන් මධ්‍යස්ථය සඳහා නොලැබේ.	• ලකුණු සමූහයක අගයක් හෝ කිහිපයක් වෙනස් වූ විට මධ්‍යස්ථය වෙනස් වීමට හෝ නොවීමට පුළුවන
3) මධ්‍යන්‍යය	• මධ්‍යන්‍යය සෑම දත්තයක් කෙරෙහිම සංවේදී වේ. • දත්ත සමූහයක සෑම දත්තයකටම නියත අගයක් එකතු කිරීමෙන් හෝ අඩු කිරීමෙන් ලැබෙන නව ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය මුල් ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යයෙන් ද එම නියත අගය එකතු කිරීමෙන් හෝ අඩු කිරීමෙන් ලබා ගත හැක. • දත්ත සමූහයක සෑම දත්තයක් ම නියත අගයකින් ගුණ කල විට හෝ බෙදූ විට ලැබෙන නව ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය මුල් ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය එම නියත අගයෙන් ගුණ කල විට හෝ බෙදූ විට ලැබෙන අගයට සමාන වේ.	

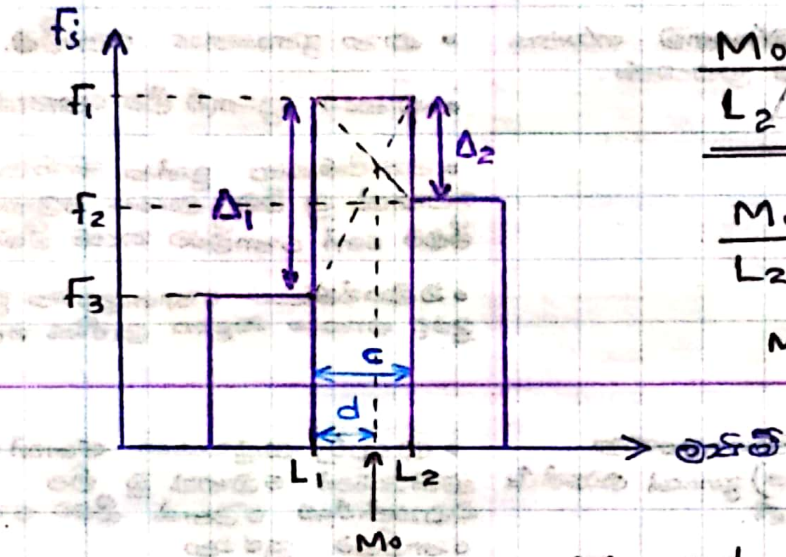
ජාල රේඛයක් ඇඳීමේදී



$$\text{සංඛ්‍යාත ඝනත්වය} = \frac{\text{සංඛ්‍යාතය } (f_i)}{\text{පන්ති පළල } (c)}$$

Scanned with CamScanner

මාතය



$$\frac{M_0 - L_1}{L_2 - M_0} = \frac{f_1 - f_3}{f_1 - f_2}$$

$$\frac{M_0 - L_1}{L_2 - M_0} = \frac{\Delta_1}{\Delta_2}$$

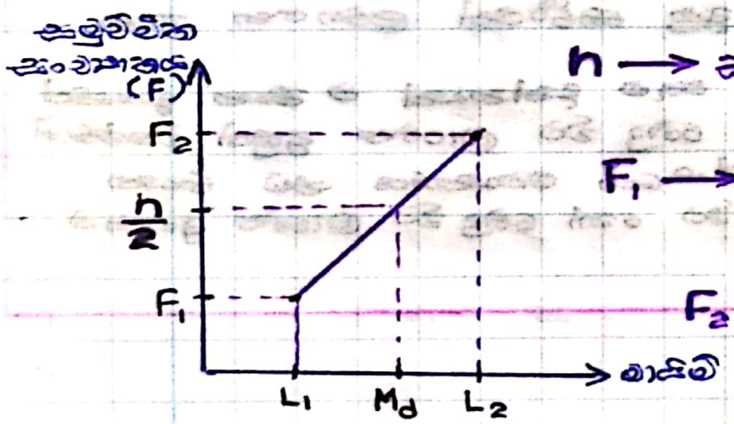
$$M_0\Delta_2 - L_1\Delta_2 = \Delta_1 L_2 - M_0\Delta_1$$

$$M_0 = \frac{\Delta_1 L_2 + \Delta_2 L_1}{\Delta_1 + \Delta_2}$$

$$M_0 = L_1 + d$$

$$M_0 = L_1 + \frac{\Delta_1 C}{\Delta_1 + \Delta_2}$$

මධ්‍යස්ථය



$n \longrightarrow$ සංඛ්‍යාත වල එකතුව

$F_1 \longrightarrow$ සමුච්චිත සංඛ්‍යාතයේ $n/2$ ට පහළින් ඇති පළමු සංඛ්‍යාතය

$F_2 \longrightarrow$ සමුච්චිත සංඛ්‍යාතයේ $n/2$ ට ඉහළින් ඇති පළමු සංඛ්‍යාතය

$$\frac{M_d - L_1}{L_2 - L_1} = \frac{n/2 - F_1}{F_2 - F_1}$$

වැරදි නිවැරදි කිරීම හා දත්ත නිරීක්ෂණ සංශෝධන කිරීම

* සාමාන්‍ය පරිදි වල ගැටලුවක් විසඳූ විට භාවිතා කළ දත්ත වල වැරද්දක් ඇති විට පහත පරිදි නිවැරදි කළ හැක.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

බරිත මධ්‍යන්‍යය

$x_1, x_2, x_3 \ldots\ldots x_n$ දත්ත අනුව $w_1, w_2, \omega_3 \ldots\ldots \omega_n$ බැගින් භාරයන් පූර්ව දක්වා තිබේ නම් බරිත මධ්‍යන්‍යය,

$$\bar{x} = \frac{x_1\omega_1 + x_2\omega_2 + \ldots\ldots + x_n\omega_n}{\omega_1 + \omega_2 + \ldots\ldots + \omega_n}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i\omega_i}{\sum_{i=1}^{n} \omega_i}$$

Scanned with CamScanner